ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

1ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΚΡΟΥΣΕΙΣ - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. γ **Α1β.** γ

Α2α. β **Α2β.** δ

Α3α. β **Α3β.** δ

Α4α. α **Α4β.** δ

Α5. Σ, Λ, Σ, Λ, Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση η **γ**.

Ισχύει: $\vec{p}_1' = \vec{p}_2' \Rightarrow m_1\upsilon_1' = m_2\upsilon_2' \Rightarrow m_1\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = m_2\dfrac{2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow m_1 - m_2 = 2m_2 \Rightarrow \mathbf{\dfrac{m_1}{m_2} = 3}$

Β2. Σωστή απάντηση η **α**.

Κατά την κρούση ισχύει η Α.Δ.Ο. για το σύστημα των σωμάτων:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow m\upsilon - 4m\upsilon = 5mV \Rightarrow V = -\frac{3}{5}\upsilon$$

Δηλαδή ίδιας φοράς με αυτή του $Σ_2$ και μέτρου 0,6υ.

Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας είναι (δεδομένου ότι $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$):

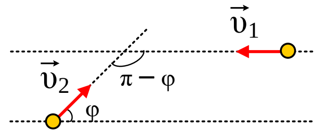
$$E_{\alpha\pi} = E_{M,\alpha\rho\chi} - E_{M,\tau\varepsilon\lambda} = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$E_{\alpha\pi} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}4m\upsilon^2 - \frac{1}{2}5m\left(\frac{3}{5}\upsilon\right)^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2(1 + 4 - \frac{9}{5}) \Rightarrow E_{\alpha\pi} = \frac{16}{5}K$$

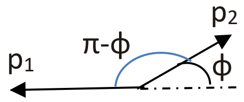
Β3. Σωστή απάντηση η **γ**.

Για τα σώματα ισχύει: $K_1=K_2=K$ και $m_1=m_2=m$, άρα και $υ_1=υ_2=υ$.

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση.



Η γωνία που σχηματίζουν οι διευθύνσεις των ορμών των δύο σωμάτων είναι 180° - φ.



$$\vec{p}_{πριν}=\vec{p}_{μετά}\Rightarrow\vec{p}_1+\vec{p}_2=\vec{p}_{συσ}\Rightarrow\sqrt{p_1^2+p_2^2+2p_1p_2συν(180^o-φ)}=2mV\Rightarrow$$

$$m^2υ^2+m^2υ^2+2m^2υ^2(-συνφ)=4m^2V^2\Rightarrow υ^2(2-1,6)=4V^2\Rightarrow V=\sqrt{0,1}υ$$

Η απώλεια είναι (δεδομένου ότι $K=\frac{1}{2}mυ^2$):

$$E_{απ}=E_{Μ,αρχ}-E_{Μ,τελ}=K_{αρχ}-K_{τελ}\Rightarrow$$
$$E_{απ}=\frac{1}{2}mυ^2+\frac{1}{2}mυ^2-\frac{1}{2}2m\cdot\left(\sqrt{0,1}\,υ\right)^2=\frac{1}{2}mυ^2(1+1-0,2)\Rightarrow E_{απ}=\frac{9}{5}K$$

Β4. Σωστή απάντηση η **α**.

Για την πλαστική κρούση εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο.

$$\vec{p}_{πριν}=\vec{p}_{μετά}\Rightarrow\vec{p}_1+\vec{p}_2=\vec{p}_{συσ}\Rightarrow m_1υ-m_2υ=(m_1+m_2)V\Rightarrow m_1υ-m_2υ=(m_1+m_2)\frac{υ}{2}\Rightarrow$$

$$2m_1-2m_2=m_1+m_2\Rightarrow m_1=3m_2$$

Ο ζητούμενος λόγος είναι: $\frac{K_1}{K_2}=\frac{\frac{1}{2}m_1υ^2}{\frac{1}{2}m_2υ^2}=\frac{m_1}{m_2}=\frac{3m_2}{m_2}\Rightarrow\mathbf{\frac{K_1}{K_2}=3}$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων πριν την κρούση είναι $υ_1$ = 10 m/s, $υ_2$ = -2 m/s.

Για τις ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση ισχύει:

$$υ_1'=\frac{(m_1-m_2)υ_1+2m_2υ_2}{m_1+m_2}\Rightarrow υ_1'=\frac{(0,1-0,3)\cdot10+2\cdot0,3(-2)}{0,1+0,3}\frac{m}{s}\Rightarrow\boldsymbol{υ_1'=-8\frac{m}{s}}$$

$$\upsilon_2' = \frac{(m_2 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow \upsilon_2' = \frac{(0,3-0,1)\cdot(-2)+2\cdot 0,1\cdot 10}{0,1+0,3}\frac{m}{s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_2' = 4\frac{m}{s}}$$

Γ2.

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_1' - \vec{p}_1 \Rightarrow \Delta p_1 = m_1\upsilon_1' - m_1\upsilon_1 \Rightarrow$$

$$\Delta p_1 = [0,1kg\cdot(-8m/s) - 0,1kg\cdot 10m/s] \Rightarrow \boldsymbol{\Delta p_1 = -1,8\frac{kg\cdot m}{s}}$$

Η ορμή του συστήματος διατηρείται άρα:

$$\Delta\vec{p}_{o\lambda} = \vec{0} \Rightarrow \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = \vec{0} \Rightarrow \Delta\vec{p}_2 = -\Delta\vec{p}_1 \Rightarrow \Delta p_2 = -\Delta p_1 \Rightarrow \boldsymbol{\Delta p_2 = 1,8\frac{kg\cdot m}{s}}$$

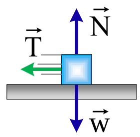
$$\Delta K_1 = K_1' - K_1 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$\Delta K_1 = \frac{1}{2}\cdot 0,1kg\cdot\left(8\frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot 0,1kg\cdot\left(10\frac{m}{s}\right)^2 \Rightarrow \boldsymbol{\Delta K_1 = -1,8J}$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται άρα:

$$\Delta K_{o\lambda} = 0 \Rightarrow \Delta K_1 + \Delta K_2 = 0 \Rightarrow \Delta K_2 = -\Delta K_1 \Rightarrow \boldsymbol{\Delta K_2 = 1,8J}$$

Γ3. Τα σώματα μετά την κρούση κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και σταματούν και τα δύο εξαιτίας της τριβής. Σε μία τυχαία θέση της διαδρομής οι δυνάμεις φαίνονται στο σχήμα.



Έχουμε: $\Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow \vec{N} + \vec{w} = \vec{0} \Rightarrow N = w = mg$ (1)

Η τριβή έχει μέτρο: Τ = μΝ = μmg (2).

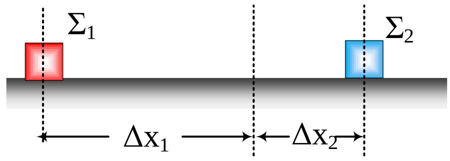
Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής σε μία τυχαία θέση της τροχιάς ενός σώματος που κινείται προς τα θετικά δίνει:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha} \Rightarrow \vec{T} = m\vec{\alpha} \Rightarrow -T = m\alpha \Rightarrow -\mu mg = m\alpha \Rightarrow \alpha = -\mu g = -4\ m/s^2$$

Δηλαδή και τα δύο σώματα εκτελούν ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση ίδιου μέτρου. Άρα, πρώτο θα σταματήσει αυτό που έχει μικρότερη αρχική ταχύτητα, δηλαδή το Σ_2.

Η χρονική συνάρτηση της ταχύτητας του Σ_2 είναι:

$$\Sigma_2 : \upsilon_{2(t)} = \upsilon_2' + \alpha t \Rightarrow \upsilon_{2(t)} = 4 - 4t \ \text{(SI)}$$



Άρα, ο ολικός χρόνος κίνησης του σώματος Σ_2 είναι:

$$0 = 4 - 4t_{2(o\lambda)} \ \Rightarrow \ t_{2(o\lambda)} = 1s$$

Από τις εξισώσεις της μετατόπισης για τα σώματα Σ_1 , Σ_2 θα βρούμε πόσο έχει μετατοπιστεί το καθένα στο χρονικό διάστημα του 1s

$$\Delta x_1 = \upsilon_1' t_{2(o\lambda)} + \frac{1}{2}\alpha t_{2(o\lambda)}^2 = \left(-8\frac{m}{s}\right)\cdot 1s \ + \frac{1}{2}\left(+4\frac{m}{s^2}\right)(1s)^2 \Rightarrow \ \Delta x_1 = -6m$$

$$\Delta x_2 = \upsilon_2' t_{2(o\lambda)} + \frac{1}{2}\alpha t_{2(o\lambda)}^2 = \left(4\frac{m}{s}\right)\cdot 1s \ + \frac{1}{2}\left(-4\frac{m}{s^2}\right)(1s)^2 \Rightarrow \ \Delta x_2 = 2m$$

Έτσι, η μεταξύ τους απόσταση την στιγμή $t_{2(o\lambda)}$ είναι:

$$d = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 8m \ \Rightarrow d = 8m$$

Γ4. Επειδή η κρούση είναι ελαστική, η μηχανική ενέργεια διατηρείται καθ' όλη την διάρκεια της κρούσης. Καθώς τα σώματα πλησιάζουν μεταξύ τους, μετά την επαφή αρχίζουν να παραμορφώνονται ελαστικά μέχρι να αποκτήσουν στιγμιαία ίσες ταχύτητες. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. από την έναρξη της κρούσης μέχρι την στιγμή που έχουμε ίσες ταχύτητες.

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + p_2' \Rightarrow m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1 V + m_2 V \Rightarrow V = \frac{m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$V = \frac{0{,}1kg\cdot 10\frac{m}{s} + 0{,}3kg(-2\frac{m}{s})}{0{,}1kg + 0{,}3kg} \Rightarrow \mathbf{V = 1\ m/s.}$$

$$K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \Rightarrow$$

$$K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}0{,}1kg\cdot\left(10\frac{m}{s}\right)^2 + \frac{1}{2}0{,}3kg\cdot\left(2\frac{m}{s}\right)^2 \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} = 5{,}6J$$

Την στιγμή της μέγιστης παραμόρφωσης έχουμε ελάχιστη κινητική ενέργεια που είναι:

$$K_{min} = \frac{1}{2}m_1 V^2 + \frac{1}{2}m_2 V^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 \Rightarrow$$

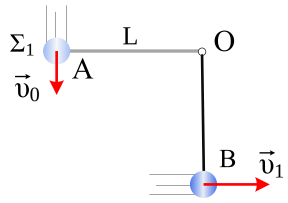
$$K_{min} = \frac{1}{2}(0{,}1kg + 0{,}3kg)\cdot(1m/s)^2 \Rightarrow K_{min} = 0{,}2J$$

Άρα,

$E_{μηχ,αρχ} = E_{μηχ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{min} + U_{max} \Rightarrow 5{,}6$ J + 0 = 0,2 J + $U_{max} \Rightarrow$ **U_{max} = 5,4 J.**

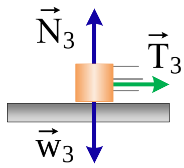
ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του σώματος από τη θέση Α στη θέση Β, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας αυτό που βρίσκεται στο ίδιο ύψος με το Β.



$$E_{μηχ,Α} = E_{μηχ,Β} \Rightarrow K_Α + U_Α = K_Β + U_Β \Rightarrow \frac{1}{2}m_1υ_0^2 + m_1gL = \frac{1}{2}m_1υ_1^2 + 0 \Rightarrow$$

$$υ_1 = \sqrt{υ_0^2 + 2gL} \Rightarrow υ_1 = \sqrt{(10\,m/s)^2 + 2\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot 2{,}2\,m} \Rightarrow$$ **$υ_1$ = 12 m/s.**

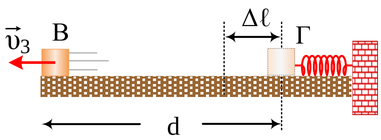


Δ2. Σε μία τυχαία θέση της διαδρομής για το $Σ_3$ ισχύει:

$$Σ\vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow \vec{N}_3 + \vec{w}_3 = \vec{0} \Rightarrow N_3 = w_3 = m_3g.$$

Η τριβή έχει μέτρο: $T_3 = μN_3 = μm_3g$.

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την κίνηση του σώματος $Σ_3$ από τη θέση Γ ως τη θέση Β.



$$E_Γ = E_Β \Rightarrow U_{ελ} = Q_{τριβής} + K_3 \Rightarrow \frac{1}{2}kΔ\ell^2 = |W_T| + \frac{1}{2}m_3υ_3^2 \Rightarrow \frac{1}{2}kΔ\ell^2 = μm_3gd + \frac{1}{2}m_3υ_3^2 \Rightarrow$$

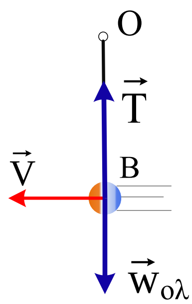
$$υ_3 = \sqrt{\frac{kΔ\ell^2}{m_3} - 2μgd} \Rightarrow υ_3 = \sqrt{\frac{(3075\,N/m)\cdot(0{,}4\,m)^2}{3\,kg} - 2\cdot 0{,}5\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot 2\,m} \Rightarrow$$ **$υ_3$ = 12 m/s.**

Δ3. Για την κρούση επιλέγουμε ως θετική την φορά προς τα αριστερά και έχουμε:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \vec{p}_{συσ} \Rightarrow -m_1υ_1 + 0 + m_3υ_3 = (m_1 + m_2 + m_3)V \Rightarrow$$

$$V = \frac{m_3υ_3 - m_1υ_1}{m_1 + m_2 + m_3} \Rightarrow V = \frac{3\,kg\cdot 12\,m/s - 1\,kg\cdot 12\,m/s}{1\,kg + 2\,kg + 3\,kg} \Rightarrow$$ **V = 4 m/s.**

Ελάχιστα πριν κοπεί το νήμα έχουμε:



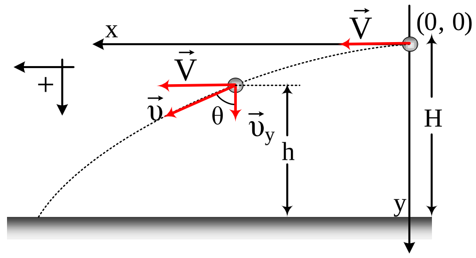
$$Σ\vec{F} = \vec{F}_κ \Rightarrow T_{θρ} - (m_1 + m_2 + m_3)g = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)V^2}{L} \Rightarrow$$

$$T_{\theta\rho} = (m_1 + m_2 + m_3)g + \frac{(m_1 + m_2 + m_3)V^2}{L} \Rightarrow T_{\theta\rho} = 60\,N + \frac{6kg\cdot(4m/s)^2}{2,2m}N$$

$$\Rightarrow T_{\theta\rho} = \mathbf{T_{\theta\rho}} = \mathbf{\frac{1140}{11}N}$$

Δ4.

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος οφείλεται μόνο στο έργο του βάρους, οπότε ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος είναι:



$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW}{dt} = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)g\,dy}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = (m_1 + m_2 + m_3)g\cdot\upsilon_y \qquad (1)$$

Πρέπει να υπολογίσουμε την ταχύτητα υ_y όταν το σώμα απέχει κατακόρυφα 15m από το σημείο που συναντά το έδαφος.

Από το χρόνο καθόδου, $t_{\kappa\alpha\theta}$=2s , βρίσκουμε το ύψος H που ξεκινά η οριζόντια βολή.

$$H = \frac{1}{2}gt^2_{\kappa\alpha\theta} \Rightarrow H = \frac{1}{2}10\frac{m}{s^2}\cdot(2s)^2 \Rightarrow H = 20\,m$$

Άρα, όταν το συσσωμάτωμα απέχει από το έδαφος h = 15m, θα έχει διανύσει κατακόρυφα από το σημείο βολής απόσταση, y = H - h = 5 m.

Από τις εξισώσεις της οριζόντιας βολής βρίσκουμε τη χρονική στιγμή t_1 που το σώμα έχει y=5m και μετά την υ_y.

$$y = \frac{1}{2}g\Delta t'^2 \Rightarrow \Delta t' = \sqrt{\frac{2y}{g}} \Rightarrow \Delta t' = \sqrt{\frac{2\cdot 5m}{10m/s^2}}s \Rightarrow \Delta t' = 1s$$

$\upsilon_y = g\Delta t' \Rightarrow \upsilon_y = 10$ m/s.

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$\frac{dK}{dt} = (2kg + 1kg + 3kg)\cdot(10m/s^2)(10m/s) \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \mathbf{600\frac{J}{s}}$$