ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

4ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΡΕΥΣΤΑ - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. (β) Α1β. (β)

Α2α. (γ) Α2β. (α)

Α3α. (γ) Α3β. (δ)

Α4α. (α) Α4β. (γ)

Α5. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. *Σωστή απάντηση είναι η (γ).*

Το ιδανικό ρευστό είναι ασυμπίεστο, επομένως ο συνολικός όγκος ρευστού που διέρχεται σε χρόνο Δt από το σωλήνα διατομής A_1 θα ισούται με αυτόν που διέρχεται από τους σωλήνες διατομών A_2 και A_3.

$\Pi_1=\Pi_2+\Pi_3$ ή $A_1\upsilon_1=A_2\upsilon_2+A_3\upsilon_3$ ή $A_1\upsilon_1=\frac{A_1}{4}\upsilon_2+\frac{A_1}{4}\upsilon_3 \Rightarrow 4\upsilon_1=\upsilon_2+\upsilon_3$, (1)

Οι σωλήνες μικρής διατομής έχουν ίδια παροχή,

$\Pi_2=\Pi_3$ ή $\frac{A_1}{4}\upsilon_2=\frac{A_1}{4}\upsilon_3 \Rightarrow \upsilon_2=\upsilon_3$, (2)

Από (1), (2) παίρνουμε $4\upsilon_1=2\upsilon_2=2\upsilon_3$ ή $\upsilon_2=\upsilon_3=10m/s$.

Β2. *Σωστή απάντηση είναι η (a).*

Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου του ρευστού, $\frac{K}{\Delta V}=\frac{1}{2}\rho\upsilon^2$, αυξάνεται, επομένως η ταχύτητα ροής αυξάνεται. Από την αρχή διατήρησης της ύλης (εξίσωση της συνέχειας) $A_{\alpha\rho\chi}\upsilon_{\alpha\rho\chi}=A_{\tau\varepsilon\lambda}\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}$

προκύπτει ότι αφού $\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}>\upsilon_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow A_{\tau\varepsilon\lambda}<A_{\alpha\rho\chi}$, δηλαδή ο σωλήνας στενεύει.

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

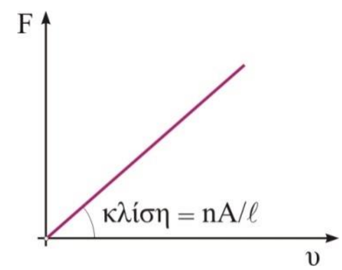
$$\frac{\Delta W}{\Delta V}=\frac{\Delta K}{\Delta V}+\frac{\Delta U}{\Delta V} \Rightarrow \frac{50\,J}{\Delta V}=\frac{70\,J}{\Delta V}+\frac{\Delta U}{\Delta V} \Rightarrow \frac{\Delta U}{\Delta V}=-\frac{20\,J}{\Delta V}$$

Η δυναμική ενέργεια ανά μονάδα όγκου ελαττώνεται, άρα ο σωλήνας κατέρχεται.

Β3. *Σωστή απάντηση είναι η (β).*

Όταν η πάνω πλάκα κινείται με σταθερή ταχύτητα, το ιξώδες (δυνάμεις εσωτερικής τριβής) και η δύναμη F έχουν το ίδιο μέτρο που υπολογίζεται από τη σχέση

$$T=F=\frac{nA\upsilon}{\ell}$$



Το μέτρο της δύναμης, F, είναι ανάλογο της ταχύτητας της πάνω πλάκας, υ, (όταν η κάτω είναι ακίνητη), άρα το πηλίκο

$$\frac{F}{\upsilon}=\frac{nA}{\ell}$$

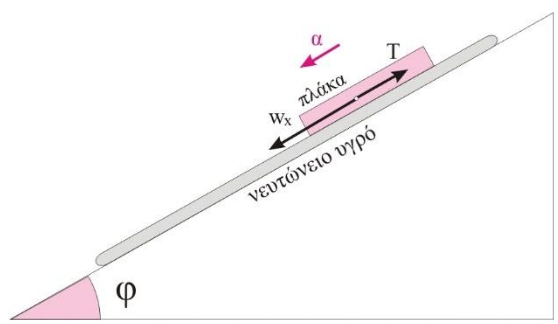
είναι σταθερό και παριστάνει την κλίση της ευθείας στο διάγραμμα F=f(υ).

Επειδή $n_2>n_1 \Rightarrow \frac{n_2A}{\ell}>\frac{n_1A}{\ell}$

Το σωστό διάγραμμα είναι το (ΙΙ).

Β4. *Σωστή απάντηση είναι η (β).*

Όταν αφήσουμε την πλάκα ελεύθερη να κινηθεί, ασκούνται σε αυτήν, στην διεύθυνση της κίνησης,



- Η συνιστώσα του βάρους w_x=mgημφ
- Το ιξώδες λόγω της επαφής της με το ρευστό μέτρου $T=\frac{nA\upsilon}{\ell}$

Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F=m\alpha \Rightarrow mg\eta\mu\varphi-\frac{nA\upsilon}{\ell}=m\alpha \Rightarrow \alpha=g\eta\mu\varphi-\frac{nA\upsilon}{m\ell}$$

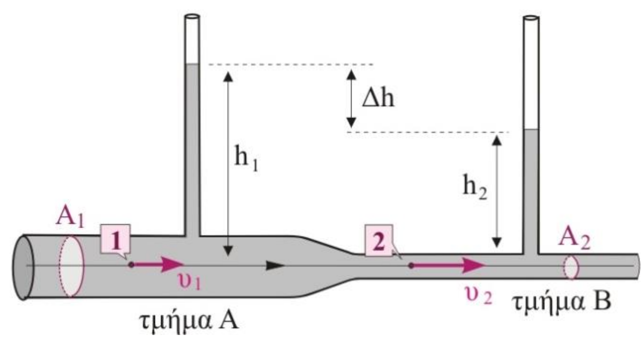
Αρχικά, η ταχύτητα είναι μηδέν και η επιτάχυνση μέγιστη, ($\alpha_{max} = g\eta\mu\varphi$), οπότε η πλάκα ξεκινά επιταχυνόμενη κίνηση. Καθώς η ταχύτητα αυξάνεται, η επιτάχυνση ελαττώνεται μέχρι τη στιγμή που οι όροι $g\eta\mu\varphi$ και $\frac{nA\upsilon}{m\ell}$ γίνονται ίσοι, τότε η επιτάχυνση μηδενίζεται και η πλάκα κινείται με σταθερή ταχύτητα.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η παροχή του σωλήνα παραμένει σταθερή. Από την εξίσωση της συνέχειας θα υπολογίσουμε την ταχύτητα υ_2 του νερού στο δεύτερο κομμάτι του οριζόντιου σωλήνα (σημείο 2).

$$\Pi_A = \Pi_B \Rightarrow A_1 \cdot \upsilon_1 = A_2 \cdot \upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{A_1 \cdot \upsilon_1}{A_2} = \frac{4cm^2 \cdot 2m/s}{2cm^2} \Rightarrow \upsilon_2 = 4m/s\,.$$

Γ2. Αν η πίεση στο τμήμα Α είναι p_1 και στο τμήμα Β είναι p_2, το θεώρημα Bernoulli για μια οριζόντια ρευματική γραμμή που διέρχεται από τα σημεία 1 και 2, δίνει την μεταβολή στην πίεση του νερού, καθώς αυτό μεταβαίνει από το πρώτο στο δεύτερο μέρος του οριζόντιου σωλήνα.



$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \Rightarrow p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2\right) \Rightarrow$$

$$\Delta p = \frac{1}{2}10^3\frac{kg}{m^3}\left(\left(2\frac{m}{s}\right)^2 - \left(4\frac{m}{s}\right)^2\right) \Rightarrow \Delta p = -6 \cdot 10^3\frac{N}{m^2}.$$

Άρα, καθώς το νερό περνάει στον στενότερο σωλήνα, όπου η ταχύτητα μεγαλώνει, η πίεση μειώνεται.

Γ3. Σύμφωνα με την υδροστατική, η πίεση p_2, στο τμήμα Β, ισούται με την πίεση στη βάση της στήλης νερού του λεπτού κατακόρυφου σωλήνα.

$$p_2 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h_2\,.$$

Ομοίως για την πίεση p_1, στο σημείο 1.

$$p_1 = p_{ατμ} + ρ g h_1 .$$

Άρα, για το ύψος h_2 του νερού στον δεύτερο κατακόρυφο σωλήνα έχουμε

$$Δp = p_2 - p_1 = p_{ατμ} + ρ g h_2 - \left(p_{ατμ} + ρ g h_1\right) \Rightarrow Δp = ρ g h_2 - ρ g h_1 \Rightarrow$$

$$h_2 = \frac{Δp + ρ g h_1}{ρ g} = \frac{Δp}{ρ g} + h_1 \Rightarrow h_2 = \frac{-6 \cdot 10^3 \frac{N}{m^2}}{10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 10 \frac{m}{s^2}} + 1,35m \ \Rightarrow \ h_2 = 0,75m.$$

Γ4. Αλλάζουμε την παροχή του νερού, ώστε να μηδενιστεί το ύψος του νερού στο δεύτερο κατακόρυφο σωλήνα και η πίεση p_2' να γίνει ίση με την ατμοσφαιρική.

$$p_2' = p_{ατμ} = 10^5 \frac{N}{m^2}.$$

Έστω $Π'$ η καινούρια παροχή του νερού και $υ_1'$ και $υ_2'$, οι νέες ταχύτητες του νερού στα δύο τμήματα του σωλήνα. Η εξίσωση συνέχειας δίνει

$$Π' = A_1 \cdot υ_1' = A_2 \cdot υ_2' \Rightarrow 4cm^2 \cdot υ_1' = 2cm^2 \cdot υ_2' \Rightarrow υ_2' = 2 \cdot υ_1' \qquad \textbf{(1)}$$

Από το θεώρημα Bernoulli για μια οριζόντια ρευματική γραμμή που διέρχεται από τα σημεία 1 και 2, έχουμε

$$p_1' + \frac{1}{2}ρ\left(υ_1'\right)^2 = p_2' + \frac{1}{2}ρ\left(υ_2'\right)^2 \Rightarrow p_{ατμ} + ρ g h_1 + \frac{1}{2}ρ\left(υ_1'\right)^2 = p_{ατμ} + \frac{1}{2}ρ\left(υ_2'\right)^2 \Rightarrow$$

$$ρ g h_1 + \frac{1}{2}ρ\left(υ_1'\right)^2 = \frac{1}{2}ρ\left(2υ_1'\right)^2 \Rightarrow g h_1 + \frac{1}{2}\left(υ_1'\right)^2 = \frac{1}{2}\left(2υ_1'\right)^2 \Rightarrow$$

$$υ_1' = \sqrt{\frac{2 g h_1}{3}} \Rightarrow υ_1' = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 1,35m}{3}} \Rightarrow υ_1' = 3\frac{m}{s}.$$

Αρχικά η παροχή Π του νερού ήταν

$$Π = A_1 \cdot υ_1 = 4cm^2 \cdot 2\frac{m}{s} = 8 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}.$$

Η καινούρια παροχή $Π'$ του νερού είναι

$$Π' = A_1 \cdot υ_1' = 4cm^2 \cdot 3\frac{m}{s} = 12 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}.$$

Τελικά το ποσοστό μεταβολής της παροχής του νερού, προκειμένου να μηδενιστεί το ύψος του νερού στο δεύτερο κατακόρυφο σωλήνα, ενώ στον πρώτο να παραμείνει σε ύψος

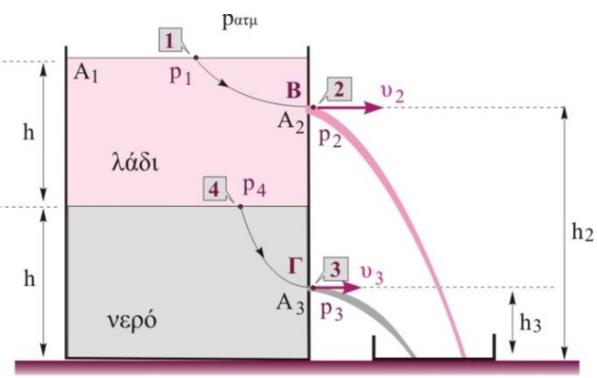
h_1=1,35 m είναι:

$$\frac{\Pi'-\Pi}{\Pi}\cdot 100\% = \frac{12\cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s} - 8\cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}}{8\cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}}\cdot 100\% = 50\%.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η πίεση p_1, στο σημείο 1 είναι ίση με την ατμοσφαιρική, αφού η δεξαμενή είναι ανοικτή, όπως και οι πιέσεις p_2, p_3, στα σημεία Β και Γ, αφού το λάδι και το νερό, αντίστοιχα, εξέρχονται στον αέρα, άρα

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_{\alpha\tau\mu} = 10^5\,\frac{N}{m^2}.$$



Επειδή οι διατομές A_2 και A_3 είναι πολύ μικρότερες από την επιφάνεια της δεξαμενής A_1, θεωρούμε ότι η ταχύτητα υ_1 με την οποία κατεβαίνει η ελεύθερη επιφάνεια του νερού και του λαδιού είναι μηδενική, $\upsilon_1=0$. Η ταχύτητα υ_2 με την οποία εξέρχεται το λάδι στον αέρα από το άνοιγμα Β προκύπτει άμεσα από το θεώρημα Torricelli

$$\upsilon_2 = \sqrt{2g\left(2h - h_2\right)} = \sqrt{2\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot\left(2\cdot 0{,}5m - 0{,}8m\right)} \Rightarrow \upsilon_2 = 2\frac{m}{s}.$$

Για την ταχύτητα υ_3 με την οποία εξέρχεται το νερό στον αέρα από το άνοιγμα Γ θα εφαρμόσουμε το θεώρημα Bernoulli για μια ρευματική γραμμή που διέρχεται από το σημείο 4, στη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού – νερού και του σημείου 3, στην έξοδο του νερού από τη δεξαμενή.

$$p_4 + \frac{1}{2}\rho_\nu \upsilon_1^{\,2} + \rho_\nu g\left(h - h_3\right) = p_3 + \frac{1}{2}\rho_\nu \upsilon_3^{\,2} \qquad \textbf{(1)}$$

Η πίεση p_4, στο σημείο 4, είναι το άθροισμα της ατμοσφαιρικής πίεσης και της υδροστατικής πίεσης από την υπερκείμενη ποσότητα του λαδιού.

$$p_4 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho_\lambda g h$$

Έτσι, η σχέση **(1)** γίνεται:

$$p_{\alpha\tau\mu} + \rho_\lambda g h + \rho_\nu g\left(h - h_3\right) = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho_\nu \upsilon_3^{\,2} \Rightarrow \rho_\lambda g h + \rho_\nu g\left(h - h_3\right) = \frac{1}{2}\rho_\nu \upsilon_3^{\,2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_3^{\,2} = 2g\left(\frac{\rho_\lambda h}{\rho_\nu} + \left(h - h_3\right)\right) = 2\cdot 10\frac{m}{s^2}\left(\frac{0,9\cdot 10^3\,\frac{kg}{m^3}\cdot 0,5m}{10^3\,\frac{kg}{m^3}} + 0,3m\right) \Rightarrow \upsilon_3 = \sqrt{15}\,\frac{m}{s}\,.$$

Δ2. Οι δέσμες του νερού και του λαδιού που εξέρχονται από τα πλευρικά ανοίγματα κάνουν οριζόντιες βολές. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η χρονική διάρκεια της πτώσης εξαρτάται από το ύψος εκτόξευσης. Το λάδι θα φτάσει στο δοχείο τη χρονική στιγμή t_2.

$$h_2 = \frac{1}{2} g t_2^{\,2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0,8m}{10m/s^2}} \Rightarrow t_2 = 0,4s$$

και το νερό τη χρονική στιγμή t_3 .

$$h_3 = \frac{1}{2} g t_3^{\,2} \Rightarrow t_3 = \sqrt{\frac{2h_3}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0,2m}{10m/s^2}} \Rightarrow t_3 = 0,2s.$$

Δ3. Η παροχή του νερού είναι

$$\Pi_\Gamma = A_3\cdot\upsilon_3 = \sqrt{\frac{5}{3}}\cdot 10^{-4}m^2\cdot\sqrt{15}\,\frac{m}{s} \Rightarrow \Pi_\Gamma = 5\cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}\cdot$$

Η παροχή του λαδιού είναι

$$\Pi_B = A_2\cdot\upsilon_2 = 2\cdot 10^{-4}m^2\cdot 2\frac{m}{s} \Rightarrow \Pi_B = 4\cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}\cdot$$

Τη χρονική στιγμή t που θα γεμίσει το δοχείο έχει εισέλθει σε αυτό συνολικός όγκος 10L από τα δύο υγρά. Ο όγκος αυτός θα υπολογιστεί από την παροχή του νερού για χρονικό διάστημα $\Delta t = t - t_3$ και από την παροχή του λαδιού για χρονικό διάστημα $\Delta t = t - t_2$

$$V_{o\lambda} = V_\lambda + V_\nu = \Pi_B\cdot\left(t - t_2\right) + \Pi_\Gamma\cdot\left(t - t_3\right) \Rightarrow$$

$$10L = 4\cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}\left(t - 0,4s\right) + 5\cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}\left(t - 0,2s\right) \Rightarrow$$

$$10^{-2}m^3 = 4\cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}\left(t - 0,4s\right) + 5\cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}\left(t - 0,2s\right) \Rightarrow$$

$$9t = 102,6s \Rightarrow t = 11,4s.$$

Δ4. Το ποσοστό του συνολικού υγρού στο μικρό δοχείο που καταλαμβάνει το λάδι, κατά τη χρονική στιγμή t, που το δοχείο γεμίζει είναι :

$$\frac{V_\lambda}{V_{o\lambda}}\cdot 100\% = \frac{\Pi_B\cdot\left(t-t_2\right)}{V_{o\lambda}}\cdot 100\% = \frac{4\cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}\left(11,4s-0,4s\right)}{10L}\cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\frac{V_\lambda}{V_{o\lambda}}\cdot 100\% = \frac{4\cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}\cdot 11s}{10^{-2}m^3}\cdot 100\% = 44\%.$$